

удк 681.3

И. А. Ломазова

## Вложенные сети Петри и моделирование распределенных систем

**Аннотация.** На простом модельном примере рассматривается применение вложенных сетей Петри для моделирования распределенных систем. Определяется расширение формализма вложенных сетей Петри за счет приписывания некоторым переходам дополнительных условий срабатывания — охран. Приведены условия, при которых использование охран на переходах сохраняет свойства базовой модели, в частности, разрешимость некоторых поведенческих свойств.

**Ключевые слова и фразы:** Распределенные системы, моделирование, сети Петри, вложенные сети Петри.

### 1. Введение

Сети Петри являются популярным современным формализмом для моделирования и анализа параллельных и распределенных систем.

В настоящей работе на простом модельном примере рассматривается применение вложенных сетей Петри, введенных автором в [2]. Вложенные сети Петри представляют собой расширение стандартного формализма сетей Петри, при котором фишки, определяющие разметку сети, сами являются маркированными сетями. Название “вложенные” здесь указывает на то, что элементы сетей сами являются сетями, подобно тому, как в системе вложенных множеств элементами некоторого множества могут быть множества.

Сетевые фишки во вложенной сети моделируют объекты, которые могут иметь самостоятельное поведение, а также взаимодействовать с внешним окружением и между собой. Имеются механизмы синхронизации объекта с системной сетью и двух объектов, находящихся в одной позиции системной сети. Вложенные сети Петри удобны

для моделирования распределенных систем с мультиагентной структурой. Вложенная сеть состоит из системной сети и элементных сетей, представляющих агенты. Формализм вложенных сетей позволяет естественным образом выражать основные характеристики агентов. Действительно, автономность и локальность управления агентом, представленным сетевой фишкой, обеспечивается локальностью срабатываний переходов системной сети, поскольку переход в сети Петри может удалять фишки только из своих входных позиций и добавлять только в выходные позиции. Взаимодействие объектов между собой путем совместного выполнения некоторых действий обеспечивается механизмом горизонтальной синхронизации. Реактивность агентов реализуется с помощью вертикальной синхронизации, которая позволяет, в частности, обуславливать выполнение агентом некоторых действий только синхронно с определенными событиями в системной сети, задающей его внешнее окружение. И наконец, инициативность поведения агента обеспечивается возможностью автономных срабатываний переходов в сетевых фишках.

Вложенные сети Петри имеют ясную математическую семантику. Для них разрешимы проблемы останова, покрытия и некоторые другие.

В данной работе определяется расширение формализма вложенных сетей Петри за счет приписывания некоторым переходам дополнительных условий срабатывания — охран. Использование охран позволяет строить более наглядные и компактные модели распределенных систем. Однако, при этом важно сохранить хорошие свойства вложенных сетей Петри, в частности разрешимость для них некоторых важных поведенческих свойств. В работе определены условия, при которых использование охран на переходах сохраняет свойства базовой модели.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 даются определение и простой пример обыкновенной сети Петри. В разделе 3 говорится о сетях Петри высокого уровня. В разделе 4 приводится пример вложенной сети Петри, иллюстрирующий возможность естественного отображения структуры моделируемой системы и наглядность модели. В разделе 5 определение сетей высокого уровня расширяется за счет приписывания охран переходам системы. В разделе 6 показано, что такое расширение сохраняет хорошие свойства базовой модели при условии монотонности охран.

## 2. Обыкновенные сети Петри

Через  $Nat$  всюду далее будем обозначать множество натуральных чисел, дополненное нулем.

Сеть Петри [1] представляет собой двудольный ориентированный мультиграф  $N = (P_N, T_N, F_N)$  с конечным множеством вершин  $P_N \cup T_N$ , где  $P_N \cap T_N = \emptyset$ , и функцией инцидентности  $F_N : (P_N \times T_N) \cup (T_N \times P_N) \rightarrow Nat$ , задающей кратность дуг. Вершины из множества  $P_N$  называются *позициями* и соответствуют локальным состояниям системы, а вершины из множества  $T_N$  называются *переходами* и задают действия или события. Как правило, вместо  $P_N, T_N, F_N, W_N$  мы будем писать просто  $P, T, F, W$ .

Через  $(u, v)$  будем обозначать дугу, соединяющую вершины  $u$  и  $v$ .

Пусть  $N = (P, T, F, W)$  — сеть. Если  $(u, v) \in F$ , то говорят, что  $u$  является *входным* элементом для  $v$ , а  $v$  — *выходным* элементом для  $u$  в  $N$ . В том случае, когда отношение  $F$  ясно из контекста, через  $\bullet u$  будем обозначать множество  $\{v \in (P \cup T) \mid (v, u) \in F\}$  входных и через  $u^\bullet$  — множество  $\{v \in (P \cup T) \mid (u, v) \in F\}$  выходных элементов для вершины  $u$ .

Дуга в сети Петри направлена от позиции к переходу и связывает переход с локальными состояниями, обуславливающими выполнение соответствующего действия, или от перехода к позиции — локальному состоянию, изменяемому в результате этого действия. Графически позиции сети изображаются кружками, переходы изображаются прямоугольниками, а ориентированные дуги — стрелками, соединяющими некоторые позиции и переходы.

Текущее состояние сети Петри определяется его *разметкой*  $M : P \rightarrow Nat$ , сопоставляющей каждой позиции сети некоторое (возможно, нулевое) число фишек (маркеров), изображаемых черными точками внутри позиции. Присутствие фишки в позиции (в заданной разметке) обычно трактуется как выполнение некоторого условия или наличие ресурса определенного типа. Число фишек при этом соответствует количеству единиц ресурса. Срабатывание перехода (выполнение действия или наступление события) меняет разметку сети в соответствии с правилами срабатывания переходов, которые будут определены ниже.

На рисунке 1 приведен пример обыкновенной сети Петри  $PN$ , моделирующей работу научной лаборатории. Сеть  $PN$  состоит из трех

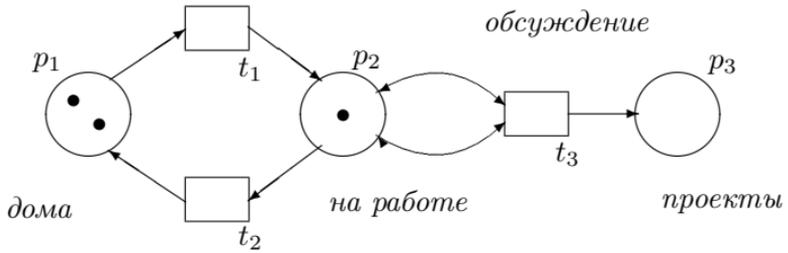


Рис. 1. Обыкновенная сеть Петри

позиций  $p_1, p_2, p_3$  и трех переходов  $t_1, t_2, t_3$ . На рисунке сети  $PN$  каждая дуга со стрелками на обоих концах между вершинами  $p_3$  и  $t_3$  обозначает две дуги: от  $p_3$  к  $t_3$  и от  $t_3$  к  $p_3$ . В изображенной на рисунке разметке позиция  $p_1$  содержит две фишки, позиция  $p_2$  — одну фишку, а позиция  $p_3$  фишек не содержит. Содержательно фишки в позициях  $p_1$  и  $p_2$  означают сотрудников лаборатории. Позиция  $p_1$  задает локальное состояние, соответствующее тому, что сотрудник находится дома. Позиция  $p_2$  означает нахождение на работе. Фишки в позиции  $p_3$  соответствуют разработанным сотрудниками лаборатории проектам. Таким образом, изображенная на рисунке разметка сети  $PN$  задает состояние модели, в котором два сотрудника находятся дома, один — на работе, и еще ни один проект не разработан.

События моделируются в сети Петри с помощью срабатываний переходов. Переход  $t \in T$  называется *активным* при разметке  $M$ , если для любой позиции  $p \in \bullet t$  выполняется  $M(p) \geq F(p, t)$ .

Пусть некоторый переход  $t$  является активным в разметке  $M$ . Тогда переход  $t$  может сработать, и в результате его срабатывания получается состояние  $M'$  такое, что  $M'(p) = M(p) - F(p, t)$  для всех  $p \in \bullet t$ ,  $M'(p) = M(p) + F(t, q)$  для  $q \in t^\bullet$ , и  $M'(p) = M(p)$  для  $p \notin (\bullet t \cup t^\bullet)$ . В этом случае тройка  $(M, t, M')$  называется *шагом срабатывания* в  $PN$  и обозначается  $M[t \rangle M'$ . Если не важно, какой именно переход сработал, пишем  $M[\rangle M'$ .

Для разметки сети  $PN$ , изображенной на рисунке 1, активными являются переходы  $t_1$  и  $t_2$ . Срабатывание первого перехода состоит в 'перемещении' одной фишки из позиции  $p_1$  в позицию  $p_2$  и содержательно соответствует приходу одного из сотрудников на работу, а срабатывание перехода  $t_2$  'перемещает' фишку из позиции  $p_2$  в позицию

$p_1$  и соответствует уходу одного сотрудника с работы домой. Заметим, что, вообще говоря, срабатывание перехода не сохраняет общего количества фишек в разметке: в результате срабатывания переходов фишки могут как 'появляться', так и 'исчезать'. Переход  $t_3$  не является активным в данной разметке. Для его срабатывания необходимо наличие в позиции  $p_3$  по крайней мере двух фишек.

После срабатывания перехода  $t_1$  (прихода на работу еще одного сотрудника) переход  $t_3$  становится активным. Два сотрудника могут создать проект, что соответствует срабатыванию перехода  $t_3$ . После срабатывания  $t_3$  в позиции  $p_3$  появляется одна фишка (количество созданных проектов), а в позиции  $p_2$  по-прежнему остаются две фишки.

Поведение обыкновенной сети Петри  $PN$  определяется как последовательность срабатываний переходов  $M_0[t_1\rangle M_1[t_2\rangle M_2 \dots$ , где  $M_0$  — начальная разметка сети.

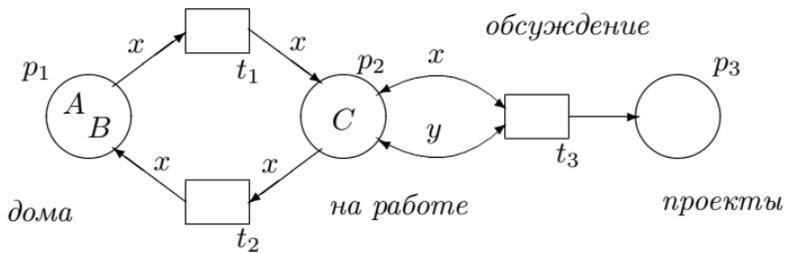
Разметка  $M$  сети  $PN$  называется *достижимой*, если существует последовательность срабатываний  $M_0[t_1\rangle M_1[t_2\rangle M_2 \dots [t_n\rangle M_n$ , в которой  $M_n = M$ . Аналогично этому, переход  $t \in T$  сети  $PN$  называется *достижимым*, если существует последовательность срабатываний  $M_0[t_1\rangle M_1[t_2\rangle M_2 \dots [t_n\rangle M_n$ , в которой  $t_n = t$ .

### 3. Сети Петри высокого уровня

Обыкновенные сети Петри являются удобным средством моделирования и анализа различных параллельных и распределенных систем. Однако, при моделировании реальных систем возникают проблемы, связанные с большим размером получающихся сетей. Для сокращения размеров сети и ее большей наглядности в начале 80-х годов были определены сети Петри высокого уровня [7].

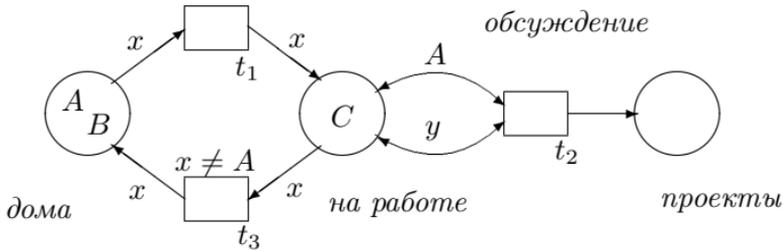
Сети Петри высокого уровня характеризуются следующими особенностями:

- разметка сети задается с помощью индивидуальных, т.е. различимых между собой фишек;
- переходы могут срабатывать в различных режимах, удаляя фишки из одних позиций и добавляя их в другие, при этом единственным априорным ограничением является требование локальности, т.е. в любом режиме переход может удалять фишки только из своих входных позиций и добавлять только в выходные позиции.

Рис. 2. Сеть Петри высокого уровня  $CPN_1$ .

Таким образом, фишки в сетях Петри высокого уровня могут быть разных типов, и разметка сопоставляет позиции сети не просто количество, как в обыкновенных сетях Петри, а мультимножество фишек. Число различных индивидуальных фишек, используемых в разметках сети, предполагается конечным. Изменяется также вид пометок, приписанных дугам сети. Вместо натуральных чисел, задающих кратность дуг в обыкновенных сетях Петри, в сетях Петри высокого уровня дугам приписываются выражения, содержащие переменные. Различные режимы срабатывания переходов задаются различными означиваниями переменных в этих выражениях, при этом переменной в качестве значения приписывается фишка некоторого типа, а значением выражения является мультимножество фишек.

На рисунке 2 приведен пример сети Петри высокого уровня  $CPN_1$ , который является уточнением примера, представленного на рисунке 1. В этой сети для представления участников обсуждений имеются индивидуальные фишки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Каждый из участников, как и в предыдущем примере, может находиться дома или на работе. Переменная  $x$  в цикле перехода из дома на работу и с работы домой может принимать любое из значений  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Три возможных означивания переменной  $x$  задают три режима срабатывания для каждого из переходов  $t_1$  и  $t_2$ . Таким образом, один переход  $t_1$  в этой сети высокого уровня представляет три перехода — по одному для каждого из участников  $A$ ,  $B$  и  $C$ . В начальной разметке сети сотрудники  $A$  и  $B$  находятся дома, а  $C$  — на работе. После срабатывания перехода  $t_1$  при означивании  $x := A$  сотрудники  $A$  и  $C$  будут находиться на работе и могут провести обсуждение, что приведет к выработке проекта.

Рис. 3. Сеть Петри высокого уровня с охраной  $CPN_2$ 

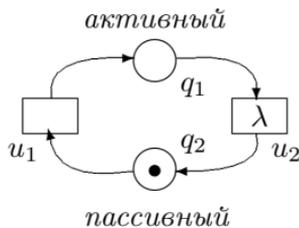
Для задания условий срабатывания перехода в сетях Петри высокого уровня переходу может быть приписано логическое выражение, называемое *охраной перехода*. На рисунке 3 приведена модификация сети  $CPN$ , в которой переходу  $t_2$  приписана охрана  $x \neq A$ . Это означает, что переход  $t_2$  может сработать только при означивании  $x$ , отличным от  $A$ . Содержательно это моделирует ситуацию, когда  $A$  является трудоголиком и вообще не уходит домой. В этом примере также выражение  $x$  на дуге от  $p_3$  к  $t_3$  заменено на выражение  $A$ . Теперь выработка проекта не может проходить без участия сотрудника  $A$ .

Характерным примером сетей Петри высокого уровня являются раскрашенные сети Йенсена [5]. Раскрашенные сети Петри основаны на языке с типами, которые называются цветами. Фишкам в раскрашенных сетях приписаны различные цвета (типы). Позиции также имеют цвет, при этом позиция может содержать фишки только приписанного ей цвета.

Известно, что сети Петри высокого уровня, в частности, раскрашенные сети Йенсена при условии конечности набора цветов и числа индивидуальных фишек каждого цвета моделируются обыкновенными сетями Петри, т. е. по сети высокого уровня можно построить поведенчески эквивалентную ей обыкновенную сеть Петри. При такой 'развертке' сети высокого уровня в обыкновенную размер сети может существенно увеличиться.

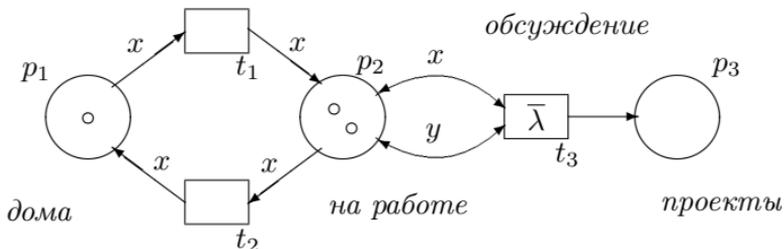
#### 4. Вложенные сети Петри

Во вложенных сетях [2, 4] фишки в позициях сети сами могут быть сетями Петри. Вложенная сеть состоит из системной сети и

Рис. 4. Элементарная сеть  $EN$ 

элементных сетей, представляющих сетевые фишки. Структуру вложенных сетей покажем на примере, продолжающем наш пример с научной лабораторией. Сотрудника лаборатории будем моделировать сетью Петри  $EN$  (см. Рис. 4) с двумя позициями, которые соответствуют двум состоянием сотрудника: пассивный (уставший) и активный (отдохнувший). Эта сеть будет задавать элементарную сеть вложенной сети Петри. Переходы  $u_1$  и  $u_2$  сети  $EN$  задают соответственно переходы от активного состояния к пассивному и от пассивного к активному.

Системная сеть  $SN_1$  (см. Рис. 5) вложенной сети практически не отличается от сети высокого уровня  $CPN_1$ . Основное отличие заключается в том, что фишки в позициях  $p_1$  и  $p_2$  сети  $SN_1$  являются экземплярами элементарной сети  $EN$  с некоторой (для каждого экземпляра, вообще говоря, своей) разметкой. Фишки в позиции  $p_3$  (проекты) являются обычными черными точками, т. е. не имеют сетевой структуры. Таким образом, элементарная сеть  $EN$  для сотрудника по отношению к системной сети играет роль описания типа переменных и констант, встречающихся в описании  $SN_1$ .

Рис. 5. Системная сеть  $SN_1$

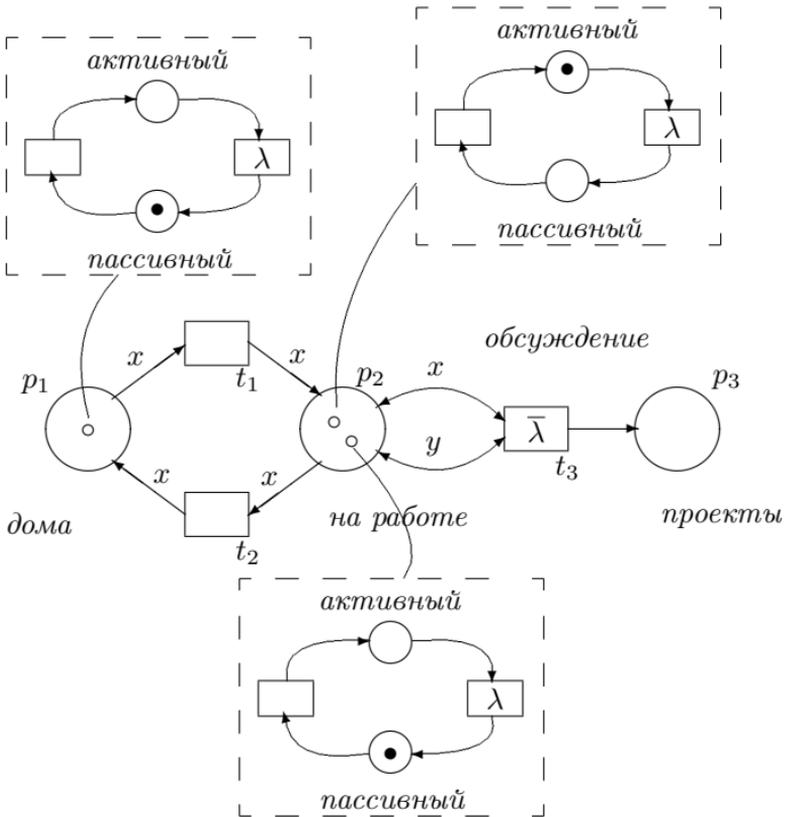


Рис. 6. Вложенная сеть  $NPN_1$

Возможная начальная разметка для вложенной сети  $NPN_1$  схематически представлена на рисунке 6. Эта разметка представляет состояние, когда один уставший сотрудник находится дома, а два других, один из которых активен, а другой пассивен, находятся на работе.

Теперь опишем правила срабатывания переходов во вложенной сети Петри. Заметим, что переход  $u_2$  в элементной сети  $EN$  и переход  $p_3$  в системной сети  $SN_1$  помечены метками  $\lambda$  и  $\bar{\lambda}$  соответственно. Это метки для вертикальной синхронизации переходов, при этом метки  $\lambda$  и  $\bar{\lambda}$  являются взаимно дополнительными, что означает, что два помеченных такими метками перехода могут сработать одновременно.

Если некоторый переход в системной или элементной сети не имеет специальных пометок, то он может сработать автономно. Автономное срабатывание перехода в системной сети выполняется по обычным правилам для сетей высокого уровня. При этом сетевые фишки рассматриваются как обычные фишки, не имеющие собственной структуры, и их разметка в результате срабатывания автономного перехода системной сети не меняется. Мы будем говорить, что сетевая фишка задействована в срабатывании некоторого перехода системной сети, если она удаляется из некоторой позиции или добавляется в некоторую позицию в результате рассматриваемого срабатывания.

Элементные сети в нашем примере являются обыкновенными сетями Петри. В элементных сетях переходы, не имеющие специальных меток, также могут срабатывать автономно. Правила срабатывания для них те же, что и для обыкновенных сетей Петри, при этом после автономного срабатывания перехода элементная сеть (с новой разметкой) остается в прежней позиции системной сети.

Так, например, в разметке, изображенной на рисунке 6, в сетевой фишке, находящейся в позиции  $p_1$  системной сети, может автономно сработать переход  $u_1$ , что соответствует тому, что сотрудник, находящийся дома, перешел в активное состояние (отдохнул). Также в этом начальном состоянии может, например, автономно сработать переход  $t_2$  при означивании переменной  $x$  сетевой фишкой в активном состоянии. Это будет содержательно соответствовать тому, что активный сотрудник ушел домой.

Кроме того, во вложенных сетях предусмотрен механизм синхронизации срабатывания переходов в системной и элементных сетях (вертикальная синхронизация). Для этого в нашем примере переход системной сети помечен специальной меткой  $\bar{\lambda}$ . Переходы в элементной сети, которые должны срабатывать одновременно с переходом с меткой  $\bar{\lambda}$  в системной сети, помечены дополнительной к  $\bar{\lambda}$  меткой  $\lambda$ . Так, переход  $t_3$  в сети  $SN_1$  может сработать только синхронно с переходами  $u_2$  в двух экземплярах элементной сети  $EN$ , задействованных в этом срабатывании. Соответственно, переход  $u_2$  в элементной сети  $EN$  тоже не может сработать автономно. Таким образом, в нашем примере переход  $t_3$  может сработать только в том случае, когда в позиции  $p_2$  имеются две сетевые фишки в активном состоянии.

Синхронное срабатывание переходов  $t_3$  и  $u_2$  состоит в одновременном изменении разметки системной сети в соответствии с правилами срабатывания перехода  $t_3$  и разметок всех задействованных в

этом срабатывании сетевых фишек в соответствии с правилами срабатывания для  $u_2$ . В данном примере это приведет к тому, что в позиции  $p_3$  появится черная фишка, представляющая созданный проект, а оба сотрудника, участвовавшие в разработке проекта, перейдут в пассивное состояние.

Таким образом, сеть  $NPN_1$  моделирует функционирование лаборатории с тремя сотрудниками, каждый из которых может в любой момент приходить на работу и уходить домой, независимо от того, в активном или пассивном состоянии он находится. Любые два сотрудника, в активном состоянии находящиеся на работе, могут разработать проект, после чего они оба переходят в пассивное состояние (устают). Устать сотрудники могут только после разработки проекта, а отдохнуть они могут в любой момент независимо от того, где они находятся.

В [3, 6] было доказано, что, в отличие от сетей высокого уровня, вложенные сети строго выразительнее обыкновенных сетей Петри, но все же слабее по выразительности, чем универсальные вычислительные модели (например, машины Тьюринга). Для вложенных сетей Петри неразрешима проблема останова (по данным начальной и конечной разметкам для данной сети Петри определить, достижима ли конечная разметка из начальной), которая разрешима для обыкновенных сетей Петри. Однако, для вложенных сетей Петри разрешимы проблемы останова (по данной начальной разметке определить, всегда ли исполнение сети завершается тупиковой разметкой), покрытия (по данным начальной и конечной разметкам определить, достижима ли из начальной разметки некоторая разметка, которая больше в смысле некоторого естественного упорядочения конечной разметки) и некоторые другие.

## 5. Вложенные сети Петри с охранами на переходах

Представим себе ситуацию, что нашу модель функционирования лаборатории нужно уточнить таким образом, чтобы сотрудники приходили на работу только в активном состоянии. Для моделирования этого естественно наложить на переход  $t_1$  системной сети соответствующее условие — охрану. Модифицированная системная сеть  $SN_2$  с охраной  $q_1(x) \geq 0$ , приписанной переходу  $t_1$ , приведена на рисунке 7. Условие  $q_1(x) \geq 0$  означает, что переход  $t_1$  может сработать при

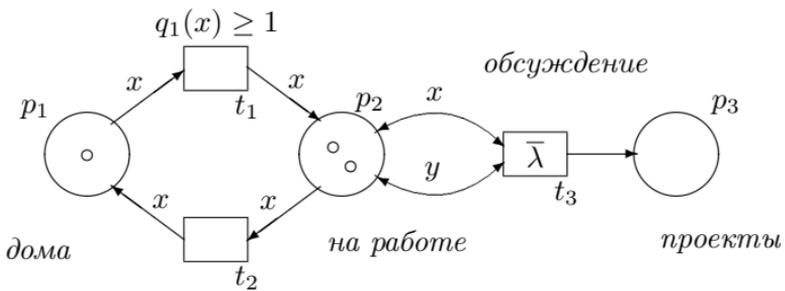


Рис. 7. Системная сеть  $SN_2$  с охраной на переходе

означивании переменной  $x$  некоторой сетевой фишкой  $\alpha$  с разметкой  $M$  только в том случае, когда в разметке  $M$  сети  $\alpha$  позиция  $q_1$  содержит не менее одной фишки.

С помощью охраны можно накладывать условие как на структуру сетевой фишки, так и на ее разметку. Определение вложенной сети Петри предполагает конечное число элементарных сетей, определяющих сетевую структуру сетевых фишек. Поэтому условие на структуру сетевых фишек по-существу не отличается от условий, налагаемых на фишки в сетях Петри высокого уровня. Между тем, введение некоторых условий на разметки сети может расширить выразительность модели вложенных сетей до выразительности машины Тьюринга, что приведет к неразрешимости большинства поведенческих проблем. В теории сетей Петри хорошо известно (см., например, [1]), что расширение сетей Петри за счет введения ингибиторных дуг (что соответствует возможности проверки позиции на пустоту) расширяет их выразительность до универсальной вычислимости. Таким образом, охрана вида  $q_2(x) = 0$ , вообще говоря, не может быть разрешена во вложенных сетях Петри без нарушения разрешимости поведенческих проблем.

## 6. Вполне структурированность и разрешимость поведенческих проблем

Разрешимость проблем останова, покрытия и некоторых других для вложенных сетей Петри основана на свойстве вполне структурированности [6].

Дадим индуктивное определение частичного порядка на множестве разметок вложенных сетей Петри. Пусть  $M_1, M_2$  — разметки сети  $NPN$ . Полагаем  $M_1 \preceq M_2$ , если для каждой фишки  $\alpha$  разметки

$M_1$ , находящейся в позиции  $p$ , найдется соответствующая ей фишка  $\alpha'$  разметки  $M_2$  в той же позиции  $p$ , такая что если  $\alpha$  является атомарной фишкой, то  $\alpha'$  совпадает с  $\alpha$ , если же  $\alpha$  — сетевая фишка, то  $\alpha'$  имеет такую же или большую, чем  $\alpha$ , разметку.

Нетрудно заметить, что разметка  $M_1$  меньше разметки  $M_2$  относительно порядка  $\preceq$ , если разметка  $M_1$  может быть получена из разметки  $M_2$  с помощью последовательных удалений фишек из позиций в системной сети или в ее сетевых фишках. Другими словами,  $M_1$  может быть получена из  $M_2$  путем удалений фишек и/или замен сетевых фишек на фишки с той же сетевой структурой, но с меньшими разметками.

Отношение  $\preceq$  на множестве разметок вложенной сети  $NPN$  является правильным квазиупорядочением, т. е. для любого бесконечного исполнения  $M_0 [ \rangle M_1 [ \rangle \dots$  вложенной сети  $NPN$  найдутся индексы  $i < j$  такие, что  $M_i \preceq M_j$ .

Также для вложенных сетей Петри выполняется свойство совместимости, которое состоит в том, что если для сети  $NPN$  переход  $t$  переводит разметку  $M_1$  в разметку  $M'_1$  и  $M_1 \preceq M_2$ , то переход  $t$  может сработать и при разметке  $M_2$ , причем  $t$  переводит  $M_2$  в  $M'_2$  такую, что  $M'_1 \preceq M'_2$ . Свойство совместимости можно изобразить в виде следующей коммутативной диаграммы:

$$\begin{array}{ccc} M_1 & \preceq & M_2 \\ t \downarrow & & \downarrow t \\ M'_1 & \preceq & M'_2 \end{array}$$

Система переходов называется вполне структурированной, если для нее выполняется условие совместимости относительно некоторого правильного квазиупорядочения. В [3, 6] было доказано, что вложенные сети Петри являются вполне структурированными системами переходов относительно частичного порядка  $\preceq$ .

Свойство вполне структурированности вложенных сетей Петри было использовано для установления разрешимости для них важных поведенческих проблем.

*Проблема поддержки управляющего состояния* для вложенной сети  $NPN$  состоит в том, чтобы для данной разметки  $M$  (или конечного набора разметок  $M^1, \dots, M^k$ ) установить, существует ли исполнение  $M_0[t_1 \rangle M_1[t_2 \rangle \dots$  для  $NPN$ , в котором всякая разметка  $M_i$  удовлетворяет условию  $M_i \succeq M$  (соответственно  $M_i \succeq M^1 \vee \dots \vee M_i \succeq$

$M^k$ ). Содержательно это означает, что возможно такое исполнение сети, что “минимальный запас ресурсов”, определяемый разметкой  $M$  (или набор взаимозаменяемых ресурсов, определяемый разметками  $M^1, \dots, M^k$ ) будет поддерживаться в течение всего исполнения.

*Проблема неизбежности* для вложенных сетей Петри является двойственной к проблеме поддержки управляющего состояния. Для сети  $NPN$  она состоит в том, чтобы для данной разметки  $M$  (или конечного набора разметок  $M^1, \dots, M^k$ ) установить, что всякое исполнение  $M_0[t_1]M_1[t_2] \dots$  для  $NPN$  рано или поздно приводит к разметке  $M_i$ , для которой свойство  $M_i \succeq M$  (соответственно,  $M_i \succeq M^1 \vee \dots \vee M_i \succeq M^k$ ) не выполняется. Содержательно это означает, что при любом исполнении “минимальный запас ресурсов”, определяемый разметкой  $M$  (или набор взаимозаменяемых ресурсов, определяемый разметками  $M^1, \dots, M^k$ ) будет исчерпан.

Частным случаем Проблемы неизбежности является *Проблема останова*: по данной начальной разметке  $M_0$  определить, верно ли, что всякое исполнение сети приводит к тупиковой разметке, т. е. такой разметке, при которой ни один переход не может сработать.

*Проблема покрытия* для вложенной сети Петри состоит в следующем: для данной начальной разметки  $M_0$  и некоторой разметки  $M$  проверить достижимость из  $M_0$  некоторой разметки  $M'$  такой, что  $M' \succeq M$ .

Все перечисленные выше проблемы разрешимы для вложенных сетей Петри.

Далее будет определено условие, налагаемое на охраны переходов во вложенных сетях Петри, которое будет сохранять свойство вполне структурированности, а следовательно, и разрешимость для них выше перечисленных проблем.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Пусть  $NPN$  — вложенная сеть Петри. *Охраной* назовем функцию  $\varphi(x_1, \dots, x_k)$ , которая любому набору сетевых фишек  $(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  с разметками  $M_1, \dots, M_k$  соответственно сопоставляет некоторое логическое значение.

Пусть далее  $M_1, \dots, M_k$  и  $M'_1, \dots, M'_k$  — два набора разметок для сетевых фишек  $(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  таких, что  $M_1 \preceq M'_1, \dots, M_k \preceq M'_k$ . Охрану  $\varphi$  назовем *монотонной*, если для любых таких наборов разметок из истинности  $\varphi$  на наборе сетевых фишек  $(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  с разметками  $M_1, \dots, M_k$  следует истинность  $\varphi$  на наборе этих же сетевых фишек с разметками  $M'_1, \dots, M'_k$ .

Заметим, что свойство монотонности охран является естественным для сетей Петри в силу их ресурсно-зависимого характера. Фишки в позициях сети содержательно соответствуют обычно некоторым ресурсам, необходимым для тех или иных действий или событий. Наличие дополнительных ресурсов не должно поэтому влиять на возможность выполнения действий или событий. Так, в частности, охрана  $q_1(x) \geq 0$ , приписанная переходу  $t_1$  в сети  $SN_2$ , на рисунке 7, очевидно, удовлетворяет свойству монотонности.

**ТЕОРЕМА.** Вложенные сети Петри с монотонными охранами на переходах являются вполне структурированными относительно упорядочения  $\preceq$  разметок сетей.

Мы опустим здесь доказательство этой теоремы. Оно состоит в проверке выполнения свойства совместимости и носит чисто технический характер.

Следствием теоремы о вполне структурированности вложенных сетей Петри с монотонными охранами на переходах является разрешимость для них проблем поддержки управляющего состояния, неизбежности, останова и покрытия.

### Список литературы

- [1] Котов В. Е. Сети Петри. — М: Наука, 1984. ↑2, 5
- [2] Ломазова И. А. *Моделирование мультиагентных динамических систем вложенными сетями Петри* // Программные системы: Теоретические основы и приложения: Наука. Физматлит, 1999, с. 143–156. ↑1, 4
- [3] Ломазова И. А. *Некоторые алгоритмы анализа для многоуровневых вложенных сетей Петри* // Известия РАН. Теория и системы управления, № 6, с. 965–974. ↑4, 6
- [4] Ломазова И. А. *Объектно-ориентированные сети Петри: формальная семантика и анализ* // Системная информатика, № 8, с. 143–205. ↑4
- [5] Jensen K. *Coloured Petri Nets EATCS Monographs on TCS*. — vol. 1: Springer-Verlag, 1994. ↑3
- [6] Lomazova I. A. *Nested Petri nets — a Formalism for Specification and Verification of Multi-Agent Distributed Systems* // Fundamenta Informaticae. — 43, no. 1–4, pp. 195–214. ↑4, 6

- [7] Smith E. *Principles of high-level net theory* // Lectures on Petri Nets: Advances in Petri Nets Lecture Notes in Computer Science. — vol. **1491**: Springer-Verlag, 1998, pp. 174–210. ↑3

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ИПС РАН

I. A. Lomazova. *Nested Petri nets and modelling of distributed systems*. (in russian.)

ABSTRACT. Application of nested Petri nets for modelling distributed systems is shown by a simple model example. The paper defines an extension of nested Petri nets by allowing transition guards — some additional conditions on transition firings. The justification of some requirements on transition guards needed for preserving good properties of the basic model, in particular, the decidability of some behavioral properties is given.