

Э. Н. Вясилева

## Термодинамическая эффективность простых систем теплообмена с учетом гидродинамики потоков

Научный руководитель: д. т. н. А. М. Цирлин

Аннотация. Исследовано влияние гидродинамики потоков на коэффициент термодинамического совершенства для двух и трехпоточных теплообменников.

### 1. Введение

Теплообменная система — это система, в которой осуществляется теплообмен между двумя или несколькими теплоносителями либо между теплоносителем и поверхностью твердого тела. Теплообменные системы характеризуются гидродинамикой потоков (смешением, вытеснением, перекрестным током и пр.), внешними параметрами (расходами, температурами на входе и выходе и пр.). Назовем поток, температура которого снижается, *теплоносителем (горячим потоком)*, а поток, температура которого повышается — *хладагентом (холодным потоком)*. Кинетику теплообмена будем предполагать линейной (ньютоновский закон теплопереноса). Степень термодинамического совершенства теплообменной системы при заданной суммарной тепловой нагрузке и суммарной поверхности (коэффициенте теплопередачи  $\bar{\alpha}$ ) характеризуют необратимостью теплообмена — производством энтропии в системе [1]

$$(1) \quad \sigma = \sum_{i=1}^n W_{0i} \ln \frac{\bar{T}_{0i}}{T_{0i}} + \sum_{j=1}^m W_j \ln \frac{\bar{T}_j}{T_j}.$$

В работах [2, 3] показано, что величина  $\sigma$  ограничена снизу значением

$$(2) \quad \sigma_{min} = \bar{\alpha} \frac{(1 - m)^2}{m},$$

где

$$(3) \quad m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} W_{01} \ln \frac{T_{01}}{\bar{T}}$$

для двухпоточных систем. Для трехпоточных систем

$$(4) \quad m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \left( W_{01} \ln \frac{T_{01}}{\bar{T}} + W_{02} \ln \frac{T_{02}}{\bar{T}} \right).$$

Эта оценка может быть достигнута при выполнении дополнительных требований (условий минимальной диссипации):

- (1) В каждой точке контакта отношение абсолютных температур холодного и горячего потоков одинаково и равно  $m$ .
- (2) Температура горячих потоков на выходе из системы одинакова и равна

$$(5) \quad \bar{T} = \frac{\sum_i T_{0i} W_{0i} - \bar{q}}{\sum_i W_{0i}}.$$

- (3) Для тех греющих потоков, у которых  $T_{0i} > \bar{T}$ , коэффициенты теплопередачи распределены в соответствии с выражением

$$(6) \quad \alpha_i = \frac{\bar{\alpha} W_{0i} (\ln T_{0i} - \ln \bar{T})}{\sum_i W_{0i} (\ln T_{0i} - \ln \bar{T})},$$

а для потоков, у которых  $T_{0i} \leq \bar{T}$ ,  $\alpha_i = 0$ .

Теплообменную систему, в которой достигнута минимально - возможная диссипация (выполнены условия 1, 2, 3), назовем «идеальной теплообменной системой». В реальных системах условия 1, 2, 3 не выполнены, одной из причин этого является гидродинамика потоков. Как показано в [4], условия 2 могут быть реализованы в противоточном трубчатом теплообменнике, когда отношение водяных эквивалентов контактирующих потоков обратно отношению их абсолютных температур. Последнее одинаково в любом сечении теплообменника.

Значение  $\sigma_{min}$  позволяет оценить степень термодинамического совершенства реальных теплообменников как

$$(7) \quad \eta = \frac{\sigma_{min}}{\sigma} \leq 1$$

в зависимости от гидродинамики и взаимной направленности потоков, а значит, выяснить возможности для совершенствования системы. Повышать этот показатель можно за счет перераспределения потоков и поверхностей теплообмена таким образом, чтобы выполнялись точно или приближенно условия минимальной диссипации 1, 2, 3.

В работе исследованы различные типы трехпоточных систем теплообмена рис. 1, вычислено производство энтропии в зависимости от гидродинамики потоков. Модель идеального смешения соответствует гидродинамике аппарата, в котором в каждой точке и на выходе из него температура потока одинакова. В основе модели идеального вытеснения лежит допущение о поршневом течении потока без перемешивания [5].

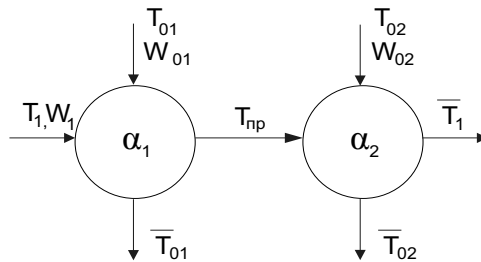


Рис. 1. Схема трехпоточного теплообменника

Теплообменные системы являются важной частью основных производственных процессов в химической технологии. На химических предприятиях доля теплообменного оборудования значительна. Это объясняется широким использованием теплообменных, массообменных процессов (ректификации, выпаривания и др.), связанных с необходимостью отвода и подвода теплоты. Поэтому правильный выбор типа и размера теплообменников, правильная их установка существенно сказываются на капитальных и эксплуатационных затратах, энергосбережении, а значит, на эффективности производства. Одной из основных характеристик конструкции теплообменника является тип относительного движения потоков. Далее рассмотрены наиболее общие типы конфигураций течений.

## 2. Двухпоточный теплообмен

Производство энтропии при теплообмене между двумя жидкостями при постоянном давлении [6] может быть выражено через водяные эквиваленты потоков (произведения их расходов на теплоемкость)  $W_{01}$  и  $W_1$  и температуры потоков на входе и выходе

$$(8) \quad \sigma = W_{01} \ln \frac{\bar{T}_{01}}{T_{01}} + W_1 \ln \frac{\bar{T}_1}{T_1}.$$

Первое слагаемое в правой части формулы (8) отрицательно, а второе — положительно, причем  $\sigma > 0$ . Однако в этом выражении отсутствует связь между производством энтропии и коэффициентами теплопередачи  $\bar{\alpha}$ , между тем сравнение термодинамического совершенства двух типов теплообменников правомерно лишь при одинаковых величинах  $\bar{q}$  и  $\bar{\alpha}$ . Для получения такой связи необходимо подсчитать  $\sigma$  через внутренний механизм теплопереноса. Вычислив производство энтропии для разных схем, можем оценить степень термодинамического совершенства и показать ее зависимость от водяных эквивалентов потоков.

## 2.1. Термодинамическое совершенство двухпоточных теплообменников

В работе [7] исследовано влияние гидродинамики потоков на необратимость двухпоточного теплообмена. Полученные там результаты позволяют найти пределы термодинамического совершенства двухпоточных теплообменников разного типа. Будем считать заданными значения водяных эквивалентов горячих  $W_{01}$  и холодных  $W_1$  потоков, входную температуру горячего потока  $T_{01}$ , общую тепловую нагрузку  $\bar{q}$  и коэффициент теплообмена  $\bar{\alpha}$ . Введем обозначения:

$$\begin{aligned}\bar{W} &= \frac{W_1 W_{01}}{W_1 + W_{01}}, \\ \widetilde{W} &= \frac{W_{01} - W_1}{W_{01} W_1}, \\ M &= \frac{\bar{q}}{W_{01} \left( -\exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{W_{01}}\right) + 1 \right)}, \\ a &= W_{01} \ln \left( 1 + \frac{\bar{q} \left( \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{W}}\right) - 1 \right)}{W_{01} T_{01} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{W}}\right) \right)} \right), \\ b &= W_1 \ln \left( T_{01} - \frac{W_1 \bar{q} - \bar{q} W_{01} \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{W}}\right)}{W_{01} W_1 \left( 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{W}}\right) \right)} \right), \\ c &= W_1 \ln \left( T_{01} - \frac{\bar{q}}{\bar{W} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{W}}\right) \right)} \right),\end{aligned}$$

$$a_1 = W_{01} \ln \left( 1 - \frac{\bar{q}}{T_{01} W_{01}} \right),$$

$$b_1 = W_1 \ln \left( T_{01} + \frac{\bar{q} \widetilde{W}}{\left( 1 - \exp(\bar{\alpha} \widetilde{W}) \right)} \right),$$

$$c_1 = W_1 \ln \left( T_{01} + \frac{\bar{q} \left( \exp(\bar{\alpha} \widetilde{W}) W_{01} - W_1 \right)}{\left( 1 - \exp(\bar{\alpha} \widetilde{W}) \right) W_1 W_{01}} \right),$$

$$R = T_{01} - \frac{\bar{q}}{\widetilde{W}} - \frac{\bar{q}}{\bar{\alpha}}.$$

Тогда коэффициент термодинамического совершенства для каждого типа двухпоточного теплообменника имеет вид

(1) смешение – смешение

$$\eta = \frac{W_{01}^2 \ln^2 \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}}}{\left( \bar{\alpha} - W_{01} \ln \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}} \right) \left( W_{01} \ln \frac{T_{01} - \frac{\bar{q}}{W_{01}}}{T_{01}} + W_1 \ln \frac{R + \frac{\bar{q}}{W_1}}{R} \right)};$$

(2) смешение – вытеснение

$$\eta = \frac{W_{01}^2 \ln^2 \frac{T_{01}^0}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}}}{\left( \bar{\alpha} - W_{01} \ln \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}} \right) \left( W_{01} \ln \frac{T_{01} - \frac{\bar{q}}{W_{01}}}{T_{01}} + W_1 \ln \frac{T_{01} - M \frac{\bar{q}}{W_1}}{T_{01} - M - \frac{\bar{q}}{W_1}} \right)};$$

(3) вытеснение – вытеснение (прямоток)

$$\eta = \frac{W_{01}^2 \ln^2 \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}}}{\left( \bar{\alpha} - W_{01} \ln \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}} \right) (a + b - c)};$$

(4) вытеснение – вытеснение (противоток)

$$\eta = \frac{\left( W_{01}^2 \ln^2 \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}} \right)}{\left( \bar{\alpha} - W_{01} \ln \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_{01}} \right) (a_1 + b_1 - c_1)}.$$

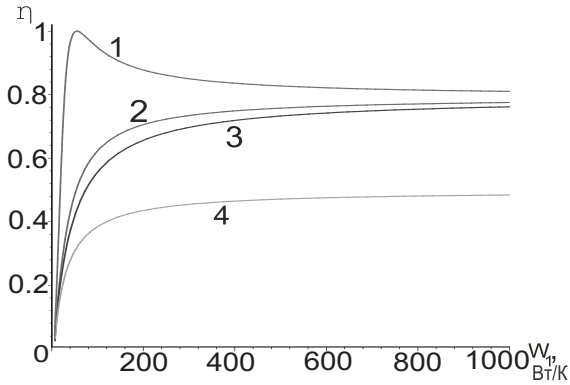


Рис. 2. Зависимость  $\eta$  от водяного эквивалента нагреваемого потока для разных типов гидродинамики: 1 — «вытеснение – вытеснение (противоток)», 2 — «вытеснение – вытеснение (прямоток)», 3 — «смешение – вытеснение», 4 — «смешение – смешение»

На рис. 2 показана зависимость коэффициента термодинамического совершенства от водяного эквивалента холодного потока  $W_1$  для каждого типа теплообменника при следующих значениях остальных параметров:  $T_{01} = 450 \text{ K}$ ,  $\bar{q} = 2565 \text{ Вт}$ ,  $W_{01} = 51.3 \text{ Вт/К}$ ,  $\bar{\alpha} = 92.6 \text{ Вт/К}$ . Максимальное значение  $\eta$  принимает на кривой, которая соответствует схеме «вытеснение – вытеснение (противоток)» при выполнении условий термодинамической согласованности. Минимальное значение  $\eta$  имеет на кривой, характеризующая коэффициент термодинамического совершенства для теплообменника типа «смешение – смешение». Тем самым наихудшей организацией теплообмена является та, в которой гидродинамика обоих потоков соответствует идеальному смешению.

### 3. Трехпоточный теплообмен

Для трехпоточной теплообменной системы фактическое производство энтропии имеет вид (см. (1))

$$(9) \quad \sigma = \sum_{i=1}^2 W_{0i} \ln \frac{\bar{T}_{0i}}{T_{0i}} + W_1 \ln \frac{\bar{T}_1}{T_1}.$$

Оптимизация системы заключается в том, чтобы минимизировать  $\sigma$  по переменным, подлежащим выбору, таким как водяные эквиваленты, поверхности теплообмена, тепловые потоки и пр. При этом нужно учесть ограничения на общий коэффициент теплопереноса и тепловую нагрузку. Если число этих переменных значительно, то задача становится весьма трудоемкой. Ее можно упростить, используя условия 1, 2, 3, полученные для «идеального» теплообмена, как приближенные и уменьшив за счет этого число искомым переменных. Далее мы покажем, что результаты прямой оптимизации и приближенной оптимизации с использованием условий 1, 2, 3 приводят к близким значениям  $\sigma$ , а значит к близкому значению коэффициента  $\eta$ .

### 3.1. Гидродинамика всех потоков соответствует идеальному смешению

Схема трехпоточного теплообмена представлена на рис. 3.

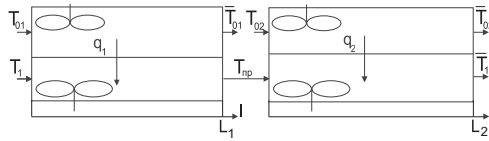


Рис. 3. Схема трехпоточного теплообмена для гидродинамики «смешение – смешение»

Температуры нагреваемых потоков на выходе из теплообменников связаны с температурами на входе и тепловой нагрузкой  $q_1$  и  $q_2$  как

$$(10) \quad T_{1p} = T_1 + \frac{q_1}{W_1},$$

$$(11) \quad \bar{T}_1 = T_1 + \frac{\bar{q}}{W_1}.$$

Тепловые нагрузки  $q_1$  и  $q_2$  определяют из уравнений тепловых балансов

$$(12) \quad \bar{T}_{01} = T_{01} - \frac{q_1}{W_{01}}, \quad \bar{T}_{02} = T_{02} - \frac{q_2}{W_{02}}.$$

Для ньютоновского закона теплообмена тепловые нагрузки имеют вид

$$(13) \quad q_1 = \alpha_1(\bar{T}_{01} - T_{\text{нр}}), \quad q_2 = \alpha_2(\bar{T}_{02} - \bar{T}_1).$$

Выразим входные температуры потоков  $T_{02}$ ,  $T_1$  через входную температуру первого горячего потока, водяные эквиваленты потоков, коэффициенты теплообмена, тепловые нагрузки теплообменников, используя соотношения (10), (11), (12), (13), получим

$$(14) \quad T_{02} = \frac{((ZW_{02} + q_2W_1)W_{01} - W_{02}W_1q_1)\alpha_1 - Xq_1)\alpha_2 + X_2\alpha_1q_2}{X\alpha_1\alpha_2},$$

$$(15) \quad T_1 = \frac{\alpha_1W_1T_{01}W_{01} - \alpha_1q_1W_1 - W_{01}W_1q_1 - W_{01}\alpha_1q_1}{W_{01}W_1\alpha_1},$$

где

$$X = W_{01}W_{02}W_1,$$

$$Z = W_1T_{01} - q_1 + \bar{q}.$$

Производство энтропии для схемы «смешение – смешение» примет вид

$$(16) \quad \sigma = W_{01} \ln\left(\frac{T_{01} - \frac{q_1}{W_{01}}}{T_{01}}\right) + W_{02} \ln\left(\frac{T_{02} - \frac{q_2}{W_{02}}}{T_{02}}\right) + W_1 \ln\left(\frac{T_1 + \frac{\bar{q}}{W_1}}{T_1}\right),$$

где  $T_{02}, T_1$  определяют из соотношений (14), (15).

### 3.1.1. Пример расчета термодинамического совершенства теплообменной системы типа «смешение – смешение»

Рассмотрим трехпоточную теплообменную систему со следующими параметрами горячих и холодных потоков:  $T_{01} = 450 [K]$ ,  $W_1 = 75 [кВт/К]$ ,  $W_{01} = 88 [кВт/К]$ ,  $W_{02} = 31 [кВт/К]$ ,  $\bar{q} = 995 [кВт]$ ,  $\bar{\alpha} = 100 [кВт/К]$ . Найдем тепловые нагрузки и коэффициенты теплообмена каждого из теплообменников при минимизации производства энтропии (16)

$$(17) \quad \sigma \rightarrow \min_{\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2}.$$

Для решения запишем функцию Лагранжа

$$L = \sigma(\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2) + \lambda_1(\alpha_1 + \alpha_2) + \lambda_2(q_1 + q_2)$$

при ограничениях:  $\bar{\alpha} = \alpha_1 + \alpha_2$ ,  $\bar{q} = q_1 + q_2$ ,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2 > 0$ ,  $q_1 > 0$ ,  $q_2 > 0$ . Продифференцировав функцию Лагранжа, получим систему



уравнений для нахождения оптимального перераспределения коэффициентов теплообмена и тепловых нагрузок

$$(18) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_2}, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial q_1} &= \frac{\partial \sigma}{\partial q_2}, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= \bar{\alpha}, \\ q_1 + q_2 &= \bar{q}. \end{aligned} \right\}$$

Решая систему (18) относительно  $\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2$ , вычислим значения коэффициентов теплообмена:  $\alpha_1 \approx 63.2$  [кВт/К],  $\alpha_2 \approx 26.8$  [кВт/К]. Тепловые нагрузки, производство энтропии в системе с учетом найденных коэффициентов теплообмена  $q_1 \approx 609.1$  [кВт],  $q_2 \approx 385.9$  [кВт],  $\sigma \approx 0.09197$  [кВт/К].

Решим ту же задачу приближенно с использованием условий термодинамической согласованности. Для этого запишем систему уравнений

$$(19) \quad \left. \begin{aligned} T_{\text{пр}} &= T_1 + \frac{q_1}{W_1}, \\ \bar{T}_1 &= T_1 + \frac{\bar{q}}{W_1}, \\ q_1 &= \alpha_1(\bar{T}_{01} - T_{\text{пр}}), \\ q_2 &= \alpha_2(\bar{T}_{02} - \bar{T}_1), \\ \bar{T}_{01} &= T_{01} - \frac{q_1}{W_{01}}, \\ \bar{T}_{02} &= T_{02} - \frac{q_2}{W_{02}}, \\ \frac{T_{\text{пр}}}{\bar{T}_{01}} &= \frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_{02}}, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= \bar{\alpha}. \end{aligned} \right\}$$

Неизвестные переменные  $T_{02}, \bar{T}_{01}, \bar{T}_{02}, T_{\text{пр}}, T_1, \alpha_1, \alpha_2, \bar{T}_1$  выразим через известные данные и тепловые нагрузки теплообменников. Найдем

$$(20) \quad \sigma \rightarrow \min_{q_1, q_2}.$$

Для данной задачи запишем функцию Лагранжа

$$(21) \quad L = \sigma(q_1, q_2) + \lambda(q_1 + q_2)$$

при ограничениях  $\bar{q} = q_1 + q_2$ ,  $q_1 > 0$ ,  $q_2 > 0$ . Продифференцировав функцию Лагранжа, получим систему уравнений для оптимального перераспределения тепловых нагрузок

$$(22) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial q_1} &= \frac{\partial \sigma}{\partial q_2}, \\ q_1 + q_2 &= \bar{q}. \end{aligned} \right\}$$

Решая систему (22) относительно  $q_1$ ,  $q_2$ , получим значения тепловых нагрузок:  $q_1 \approx 610$  [кВт],  $q_2 \approx 385$  [кВт]. Коэффициенты теплообмена согласно уравнениям (19) равны:  $\alpha_1 \approx 61.6$  [кВт/К],  $\alpha_2 \approx 38.4$  [кВт/К]. Производство энтропии в системе  $\sigma \approx 0.09203$  [кВт/К].

Сравнивая результаты, полученные при точной и приближенной оптимизации, можно сделать вывод, что ухудшение термодинамики сравнительно мало.

### 3.2. Теплообменники типа «труба в кожухе»

Один из самых распространенных типов теплообменников приближенно характеризуется гидродинамикой типа вытеснения по одному и гидродинамикой типа смешение по другому потоку. Схема трехпоточного теплообмена представлена на рис. 4.

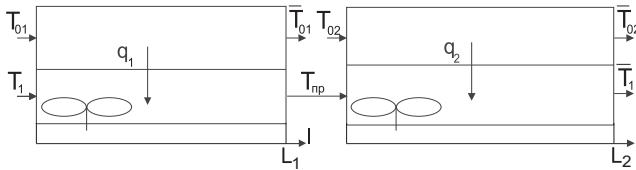


Рис. 4. Схема трехпоточного теплообмена для гидродинамики типа «смешение - вытеснение»

Будем для определенности считать, что режим смешения характеризует холодный поток. Тогда изменения температур горячих потоков определены системой дифференциальных уравнений

$$(23) \quad \left. \begin{aligned} \frac{dT_{01}(l)}{dl} &= -\frac{\alpha_1}{W_{01}L_1}(T_{01}(l) - T_{\text{пр}}), \\ \frac{dT_{02}(l)}{dl} &= -\frac{\alpha_2}{W_{02}L_2}(T_{02}(l) - \bar{T}_1), \\ T_{01}(0) &= T_{01}, \\ T_{02}(0) &= T_{02}. \end{aligned} \right\}$$

Решение системы (23) примет вид

$$(24) \quad \left. \begin{aligned} T_{01}(l) &= T_{\text{пр}} + \exp\left(-\frac{\alpha_1 l}{W_{01}L_1}\right)(T_{01} - T_{\text{пр}}), \\ T_{02}(l) &= \bar{T}_1 + \exp\left(-\frac{\alpha_2 l}{W_{02}L_2}\right)(T_{02} - \bar{T}_1). \end{aligned} \right\}$$

Температуры холодных потоков на выходе из теплообменников связаны с температурами на входе и тепловой нагрузкой  $q_1$  и  $q_2$  соотношениями (10), (11). Общее количество переданного тепла (тепловая нагрузка) для каждого теплообменника определяется следующим образом

$$(25) \quad \left. \begin{aligned} q_1 &= \int_0^{L_1} \frac{\alpha_1}{L_1} [T_{01}(l) - T_{\text{Ир}}] dl, \\ q_2 &= \int_0^{L_2} \frac{\alpha_2}{L_2} [T_{02}(l) - \bar{T}_1] dl. \end{aligned} \right\}$$

Вычислив интегралы (25), найдем

$$(26) \quad \left. \begin{aligned} q_1 &= W_{01} (T_{01} - T_1 - \frac{q_1}{W_1}) (1 - \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}})), \\ q_2 &= W_{02} (T_{02} - T_1 - \frac{q}{W_1}) (1 - \exp(-\frac{\alpha_2}{W_{02}})). \end{aligned} \right\}$$

Выразим входные температуры  $T_{02}$ ,  $T_1$  потоков. Введем следующее обозначение

$$P = (ZW_{02} + q_2 W_1) W_{01} \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) + (W_{01} Z - q_1 W_1) W_{02} + q_2 W_1 W_{01}.$$

Учитывая введенное обозначение,

$$(27) \quad T_{02} = \frac{(W_{01} Z \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) - ZW_{01} + q_1 W_1) W_{02} \exp(-\frac{\alpha_2}{W_{02}}) - P}{X(\exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) - 1)(\exp(-\frac{\alpha_2}{W_{02}}) - 1)},$$

$$(28) \quad T_1 = \frac{W_{01}(T_{01} W_1 - q_1) \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) + (q_1 - T_{01} W_1) W_{01} + q_1 W_1}{W_{01} W_1 (\exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) - 1)}.$$

Выходные температуры горячих потоков, учитывая (10), (11), (24), имеют вид

$$(29) \quad \left. \begin{aligned} \bar{T}_{01} &= T_1 + \frac{q_1}{W_1} + \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}})(T_{01} - T_1 - \frac{q_1}{W_1}), \\ \bar{T}_{02} &= T_1 + \frac{q}{W_1} + \exp(-\frac{\alpha_2}{W_{02}})(T_{02} - T_1 - \frac{q}{W_1}), \end{aligned} \right\}$$

где  $T_{02}$ ,  $T_1$  определяются равенствами (27), (28).

Подставив соотношения (27), (28), (29) в формулу (9), получим производство энтропии для схемы «смешение – вытеснение», которое будет зависеть от входной температуры  $T_{01}$  горячего потока, водяных эквивалентов потоков, коэффициентов теплообмена, тепловых нагрузок теплообменников.

### 3.2.1. Пример расчета термодинамического совершенства теплообменной системы типа «смешение – вытеснение»

Для тех же исходных данных, что и в предыдущем примере при рассмотрении схемы «смешение – смешение», найдем  $\sigma$  при точном и приближенном за счет использования условий минимальной диссипации минимизации производства энтропии.

В первом случае находим тепловые нагрузки и коэффициенты теплообмена каждого из теплообменников при минимизации производства энтропии (9), учитывая соотношения (27), (28), (29). Решая систему уравнений (18), учитывая (27), (28), (29), относительно  $\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2$ , получим, что  $\alpha_1 \approx 59.5$  [кВт/К],  $\alpha_2 \approx 40.5$  [кВт/К]. Тепловые нагрузки, производство энтропии с учетом полученных выше значений равны:  $q_1 \approx 561.9$  [кВт],  $q_2 \approx 433.1$  [кВт],  $\sigma \approx 0.0719$  [кВт/К].

Найдем значение производства энтропии с использованием условий минимальной диссипации. В схеме «смешение – вытеснение» режим смешения характеризует холодный поток, тогда выходная температура хладагента для первого теплообменника имеет вид (10), для второго теплообменника она определяется соотношением (11). Температуры горячих потоков на выходе из системы имеют вид (29). Воспользуемся условием термодинамической согласованности, в котором выходные температуры горячих потоков одинаковы и равны

$$(30) \quad \bar{T}_{01} = \bar{T}_{02} = \bar{T} = \frac{T_{01}W_{01} + T_{02}W_{02} - \bar{q}}{W_{01} + W_{02}}.$$

Выразим неизвестные параметры теплообменников через исходные данные и коэффициенты теплообмена из следующей системы уравнений

$$(31) \quad \left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{W_{01}W_1(T_1 - T_{01})(\exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) - 1)}{W_1 - W_{01}(\exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}}) - 1)}, \\ q_2 &= W_{02}(\bar{T}_1 - T_{02})(\exp(\frac{\alpha_2}{W_{02}}) - 1), \\ \bar{q} &= q_1 + q_2, \\ T_{\text{ПР}} &= T_1 + \frac{q_1}{W_1}, \\ \bar{T}_1 &= T_1 + \frac{\bar{q}}{W_1}, \\ T_{\text{ПР}} + \exp(-\frac{\alpha_1}{W_{01}})(T_{01} - T_{\text{ПР}}) &= \bar{T}_1 + \exp(-\frac{\alpha_2}{W_{02}})(T_{02} - \bar{T}_1), \end{aligned} \right\}$$

в которой последнее соотношение соответствует требованию равенства выходных температур горячих потоков. Найдем коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2$ , минимизирующие производство энтропии, соответствующее схеме «смешение – вытеснение», при ограничениях  $\bar{\alpha} = \alpha_1 + \alpha_2$ ,

$$\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

$$\sigma \rightarrow \min_{\alpha_1, \alpha_2}.$$

Для данной задачи запишем функцию Лагранжа

$$L = \sigma(\alpha_1, \alpha_2) + \lambda(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Продифференцировав функцию Лагранжа, получим систему уравнений для оптимального перераспределения коэффициентов теплообмена

$$(32) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_2}, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= \bar{\alpha}. \end{aligned} \right\}$$

Решая систему (32) относительно  $\alpha_1, \alpha_2$ , получим следующие значения:  $\alpha_1 \approx 50.02$  [кВт],  $\alpha_2 \approx 49.98$  [кВт]. Тепловые нагрузки согласно уравнениям (31) равны:  $q_1 \approx 587.1$  [кВт/К],  $q_2 \approx 407.9$  [кВт/К]. Производство энтропии в системе  $\sigma \approx 0.0748$  [кВт/К]. Погрешность вычислений невелика.

#### 4. Заключение

Рассмотрены двух и трехпоточные системы теплообмена и найдены значения  $\sigma$  для таких систем с различной гидродинамикой потоков. Показано, что для трехпоточных систем можно упростить процедуру оптимизации за счет использования условий минимальной диссипации, обеспечивающих минимальную необратимость процесса, но не всегда точно реализуемых. Результаты расчетов позволяют надеяться, что для более сложных систем теплообмена, прямая оптимизация которых представляет огромные вычислительные трудности, можно с использованием условий минимальной диссипации построить простые алгоритмы приближенной оптимизации.

#### Обозначения

- $T_{0i} (i = 1, \dots, n)$  — входные температуры горячих потоков, К;
- $\bar{T}_{0i} (i = 1, \dots, n)$  — выходные температуры горячих потоков, К;
- $T_j (j = 1, \dots, m)$  — входные температуры холодных потоков, К;
- $\bar{T}_j (j = 1, \dots, m)$  — выходные температуры холодных потоков, К;
- $W_{0i} (i = 1, \dots, n)$  — водяные эквиваленты горячих потоков, Вт/К;
- $W_j (j = 1, \dots, m)$  — водяные эквиваленты хладагентов, Вт/К;
- $\sigma_{min}$  — минимально - возможное производство энтропии в системе, Вт/К;
- $T_{пр}$  — промежуточная температура холодного потока, К;

- $q_1$  — тепловая нагрузка первого теплообменника, Вт;  
 $q_2$  — тепловая нагрузка второго теплообменника, Вт;  
 $\alpha_1$  — коэффициент теплообмена первого теплообменника, Вт/К;  
 $\alpha_2$  — коэффициент теплообмена второго теплообменника, Вт/К;  
 $\bar{q}$  — суммарная тепловая нагрузка, Вт;  
 $\bar{\alpha}$  — суммарный коэффициент теплообмена Вт/К;  
 $\lambda$  — коэффициент функции Лагранжа;  
 $L_1$  — длина первого теплообменника;  
 $L_2$  — длина второго теплообменника.

### Список литературы

- [1] Петухова Б. С. Справочник по теплообменникам. — М.: Энергоатомиздат, 1987. ↑1
- [2] Линецкий С. Б., Цирлин А. М. Оценка термодинамического совершенства и оптимизация теплообменников. — М.: Теплоэнергетика, 1988. ↑1
- [3] Беляева Н. А., Цирлин А. М. Предельные возможности процессов теплообмена. — М.: Теплоэнергетика, 1998. ↑1
- [4] Цирлин А. М. Оптимальное управление процессами необратимого тепло и массопереноса. — М.: Техническая кибернетика, 1991. ↑1
- [5] Дворецкий С. И., Егоров А. Ф., Дворецкий Д. С. Компьютерное моделирование и оптимизация технологических процессов и оборудования. — Тамбов: ТГТУ, 2003. ↑1
- [6] Миронова В. А., Амелькин С. А., Цирлин А. М. Математические методы термодинамики при конечном времени. — М.: Химия, 2000. ↑2
- [7] Вясилева Э. Н. Оценка термодинамического совершенства двухпоточных теплообменников. — Переславль-Залесский: Сборник трудов Международная конференция «Программные системы: теория и приложения», 2008. ↑2.1

I. N. Wjasileva. *Degree of thermodynamic perfection of simple systems of heat exchange depending on hydrodynamics of flows* // Proceedings of Junior research and development conference of Ailamazyan Pereslavl university. — Pereslavl, 2009. — p. 38–51. (in Russian).

ABSTRACT. Hydrodynamics influence of flows has been investigated on factor of thermodynamic perfection for two and three-line heat exchangers.